

Start of Shamir's paper - *Eleven scientists are working on a secret project. They wish to lock up the documents in a cabinet so that the cabinet can be opened if and only if six or more of the scientists are present.*

Supponiamo che ogni sestupla di persone necessiti di 6 chiavi ben specifiche per aprire la cassaforte. Ad esempio siano dati i due gruppi A e B composti dalle seguenti persone:

A: (1,2,3,4,5,6)

B: (1,2,3,4,5,7)

Nonostante {1,2,3,4,5} appartengano ad entrambi i gruppi si suppone che le chiavi necessarie nei due casi per aprire la cassaforte siano diverse (ad esempio 1 possiede k1A chiave per aprire la cassaforte quando appartiene al gruppo A e k1B, chiave per aprire la cassaforte quando appartiene al gruppo B)

Il lock L_I è un oggetto che può essere aperto soltanto dal gruppo I con le loro chiavi. Aprendo il lock L_I si apre la cassaforte.

What is the smallest number of locks needed?

Sotto le ipotesi appena dette e la definizione data di lock si conclude che il numero di lock minimi che devono esistere è pari al numero di gruppi composti da 6 persone in un gruppo di 11, ovvero

$$\frac{11!}{6! * (11-6)!} = 462$$

What is the smallest number of keys to the locks each scientist must carry?

Ogni scienziato dovrà portare con se le chiavi che, in qualsiasi gruppo egli si trovi, gli permetterebbero insieme agli altri componenti del gruppo di aprire la cassaforte. Ovvero se consideriamo fissa una persona tra le 11 che compongono l'insieme più grande, il numero di chiavi di cui quella persona necessita è pari a tutti i possibili insiemi di 5 persone che lui può trovarsi davanti al momento di aprire la cassaforte, tra le 10 persone rimaste oltre lui. Quindi il numero di chiavi che ogni persona deve portare è pari a:

$$\frac{10!}{5! * (10-5)!} = 252$$