

Compromesso efficienza spettrale-efficienza in potenza

Docente: Dott.ssa. Ernestina Cianca
a.a. 2014-2015

Compromesso efficienza spettrale-efficienza in potenza

Con il fine di ridurre il consumo energetico delle reti wireless, ci chiediamo se e come possiamo ridurre la potenza necessaria per trasmettere l'informazione con il desiderato livello di affidabilità (es. $BER < 10^{-4}$), ossia aumentare l'efficienza in potenza dell'interfaccia radio di trasmissione.

In pratica, se riesco a ridurre la potenza necessaria per ricevere in modo affidabile l'informazione, ai 10W in uscita dalla BS per interfaccia radio, corrisponderebbe una cella più grande, oppure, per avere una cella di stesse dimensioni, potrei trasmettere con potenza minore.

Supponiamo di dover trasmettere ad una velocità di trasmissione $R=1/T_b$, avendo a disposizione una banda B , con energia per bit $E_b=PT_b$, su di un canale rumoroso con potenza di rumore $N=N_0B$ (N_0 è la densità spettrale di potenza del rumore bianco), e che per avere la minima qualità del servizio (per esempio in termini di BER) debba essere verificata la seguente condizione sul rapporto segnale-rumore:

$$SNR = \frac{E_b}{N_0} = \frac{PB}{NR} > \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_d$$

Per esempio, con una modulazione DPSK (Differential Phase Shift Keing, ha una $P_b=1/2SNR$. Se volessi una P_b al massimo di 10^{-12}) come nelle fibre ottiche, avrei bisogno di un $SNR > 9dB$

Compromesso efficienza spettrale-efficienza in potenza

Per ridurre P, la potenza richiesta per la trasmissione:

1) Posso ridurre N

La più bassa potenza di rumore è fissata dalla temperatura dell'ambiente.

Tuttavia, i moderni dispositivi già sono caratterizzati da temperature di rumore prossime a quella dell'ambiente → questa strada non ci si aspetta che porti significativi ulteriori vantaggi in termini di aumento dell'efficienza in potenza

2) Possiamo ridurre $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_d$?

ossia, il minimo rapporto segnale rumore che garantisce le prestazioni in termini di BER

La risposta viene dal secondo **teorema di Shannon** sulla trasmissione su di un canale rumoroso, che:

- 1) ci dice che esiste un **compromesso tra efficienza spettrale-efficienza in potenza**
- 2) ci indica la strada per ottenere questa riduzione, che è la **codifica di canale**
- 3) ci dice che esiste un **limite teorico** al guadagno ottenibile in termini di efficienza in potenza con la codifica di canale, ossia un limite inferiore sul rapporto segnale rumore oltre il quale non è possibile trasmettere, con affidabilità arbitrariamente grande, su un canale rumoroso

Compromesso efficienza spettrale-efficienza in potenza

Si definisce *efficienza spettrale* il seguente rapporto:

$$\eta = \frac{R}{B}$$

Definisce la capacità del sistema di trasmettere una specifica quantità di dati utilizzando meno banda possibile

Dove B è la banda utilizzata per la trasmissione e R la velocità di trasmissione binaria (bit/s)

L'efficienza spettrale finora è stato il parametro principale di prestazione dei sistemi radio terrestri

L'efficienza spettrale target per il downlink del GSM è **0.05bps/Hz**

L'efficienza spettrale target per il downlink di un sistema LTE è **5bps/Hz**

Per tipiche modulazioni digitali lineari come le M-PSK, la banda occupata dal segnale trasmesso

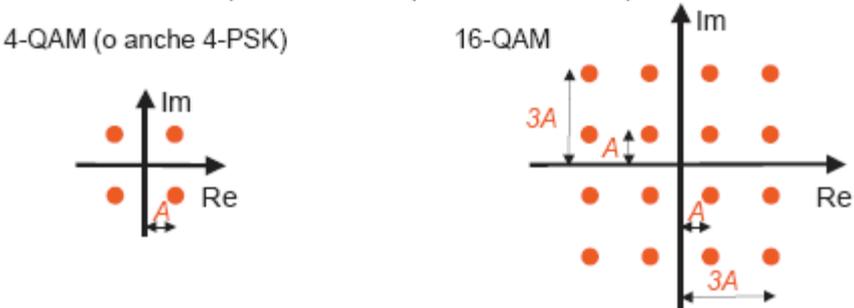
$$B = \frac{1}{T_{simbolo}}$$

Se uso una modulazione M-aria, con $M = 2^m$, ogni simbolo trasporta m bit, e quindi,

$$R = \frac{m}{T_{simbolo}} \quad \Rightarrow \quad \eta = m = \log_2 M$$

Comprensione intuitiva dell'esistenza del compromesso

Per crescere η devo crescere l'ordine di modulazione M , per esempio passando da una modulazione 4-QAM a una 16QAM



ma se mantengo la massima potenza in trasmissione costante, i simboli della costellazione sono più vicini e quindi è sufficiente un rumore di potenza minore per determinare degli errori.

Quindi, per crescere R a parità di banda, o rendo la trasmissione meno affidabile o debbo crescere la potenza trasmessa  **Esiste un compromesso**

Esiste un limite teorico alla massima velocità R con cui posso trasmettere su di un canale rumoroso, avendo a disposizione una banda B e una potenza in trasmissione P . Questo limite è definito dal secondo teorema di Shannon

Secondo teorema di Shannon

(Concettualmente dice questo, per la dicitura corretta, vedere avanti sui cenni della codifica di canale)

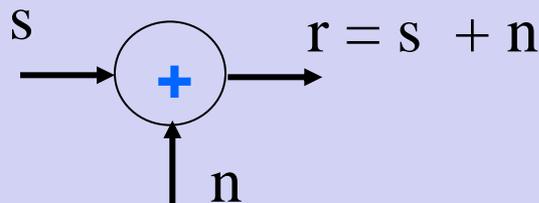
La massima velocità con cui posso trasmettere con l'affidabilità desiderata (ossia con una probabilità d'errore arbitrariamente piccola) su di un canale effetto da rumore è pari alla capacità C del canale. In altre parole, se R (velocità di trasmissione in bit/s) $<$ C (bit/s), è possibile rendere la probabilità d'errore arbitrariamente piccola. Inoltre, sempre come conseguenza del teorema di Shannon, tale probabilità d'errore, se $R < C$, può essere resa arbitrariamente piccola in uno dei seguenti modi:

- 1) Trasmettendo a potenza più alta
- 2) Aumentando la banda di trasmissione
- 3) Senza aumentare banda o potenza, ma aumentando la complessità del ricevitore/trasmittitore con l'utilizzo di tecniche di codifica di canale (questo punto è la conseguenza più importante del teorema di Shannon)

La capacità C è una caratteristica dello specifico canale

Formula di Shannon per la capacità di canale Gaussiano

s è il segnale trasmesso
 r è il segnale ricevuto
 n è il rumore di tipo additivo



Nell'ipotesi di rumore di tipo AWGN (Additive White Gaussian Noise)

Quindi, di tipo additivo e modellizzabile come un processo aleatorio Gaussiano a media nulla e varianza N)

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N} \right) = B \log_2 \left(1 + \frac{E_b R}{N_0 B} \right) \quad (\text{bit/s})$$

B larghezza di banda del canale in Hertz

P potenza totale del segnale

$N = N_0 B$ potenza totale del rumore

E_b = energia per bit

N_0 = densità spettrale di potenza del rumore termico

R = velocità di trasmissione (bit/s)

*Nota: Perché nei sistemi di comunicazioni si parla sempre di rumore Gaussiano?
Da dove ha origine un rumore di tipo gaussiano?*

Sicuramente, viene introdotto dalla circuiteria, anche se possono esserci altri tipi di disturbi, sempre additivi, che possono modellizzarsi allo stesso modo. In genere si usa per modellizzare l'effetto complessivo di vari disturbi anche di natura diversa (legge dei grandi numeri)

Si calcoli la capacità C di un canale Gaussiano con banda $B = 2500$ Hz e rapporto segnale-rumore pari a 30 dB

Soluzione: Con $B = 2500$ e $P/N_0B = 10^3$ dalla formula si ottiene:

$$C = 24918 \text{ bps circa } \mathbf{25 \text{ kbps}}$$

Di quanto aumenta la capacità se raddoppio la potenza in trasmissione?

$$C = 27,416 \text{ kbps poco più di } \mathbf{27 \text{ kbps}}$$

Se raddoppio la banda a disposizione?

$$C = 49836 \text{ bps circa } \mathbf{50 \text{ kbps}}$$

Per casa: Fare lo stesso conto però non riferito alla capacità ma alla potenza necessaria per ottenere una certa capacità.



L'aumento della banda è il modo più efficace o per aumentare la capacità o per ridurre la potenza necessaria per la trasmissione

Nel GSM la larghezza di banda per canale era 200kHz mentre nell'UMTS è 5MHz

Nell'LTE è 20MHz e può arrivare anche a 100MHz se si usano tecniche come la carrier aggregation

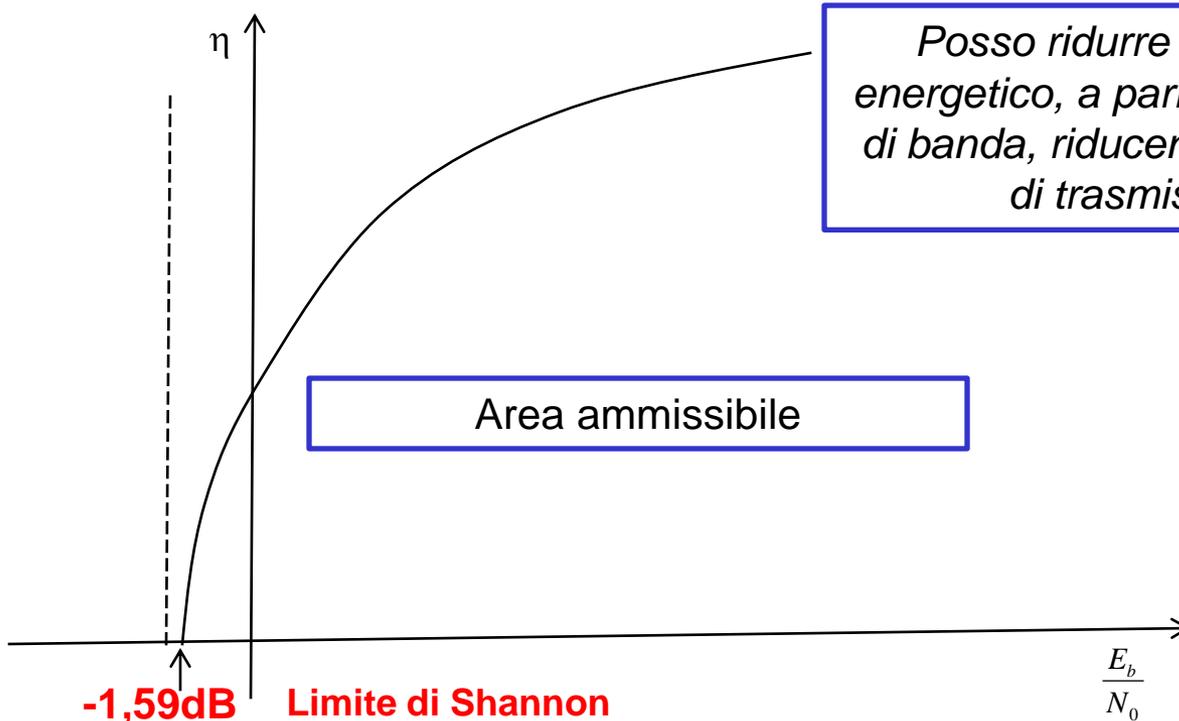


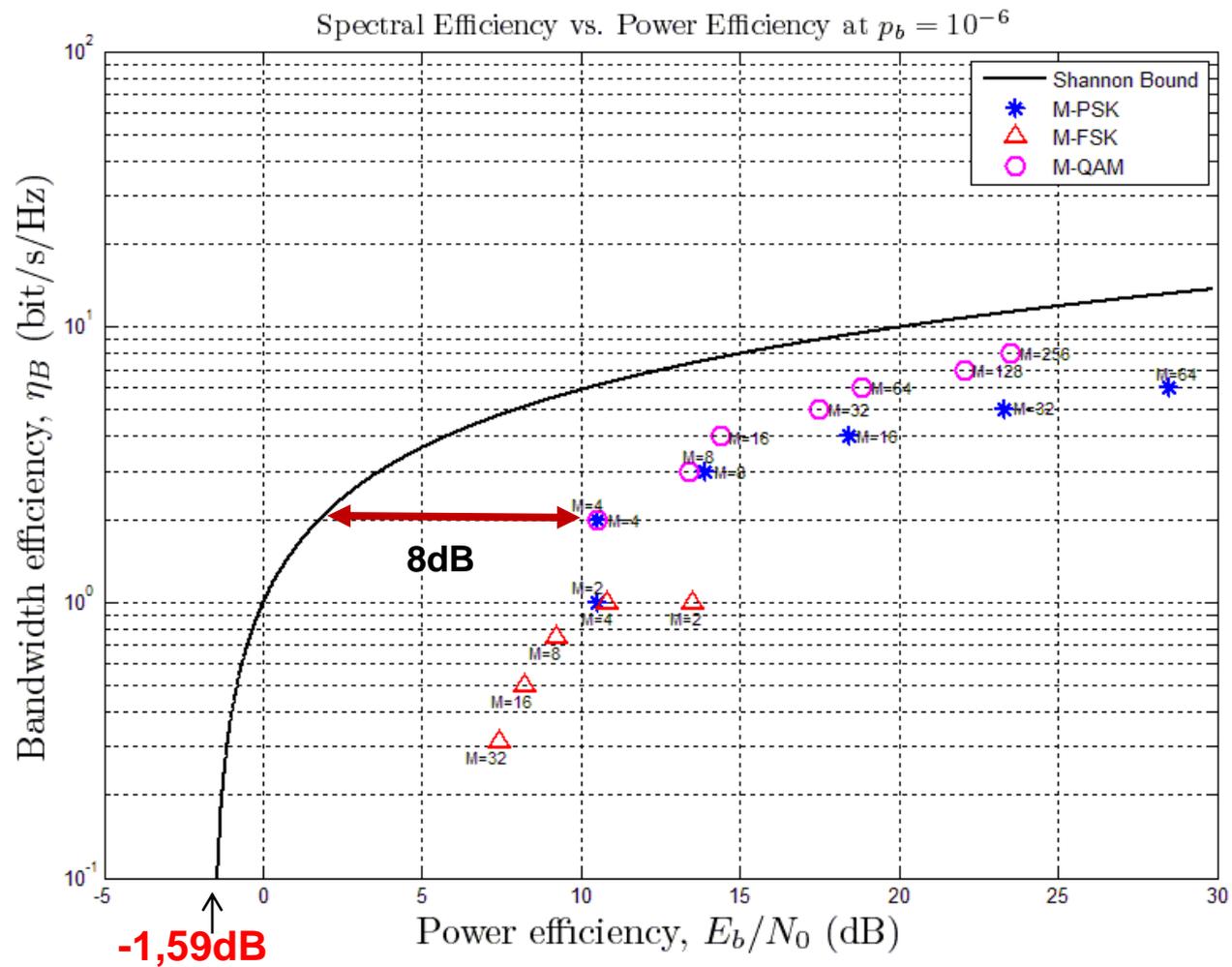
Tuttavia, la banda è anch'essa limitata

Il teorema di Shannon definisce quindi il minimo valore di rapporto segnale rumore con cui è possibile avere una trasmissione affidabile, per una data efficienza spettrale

$$\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^\eta - 1}{\eta}$$

Compromesso
efficienza spettrale – efficienza in
potenza





Cenni sulla codifica di canale

La codifica di canale è una tecnica di elaborazione digitale dell'informazione che introduce ridondanza nell'informazione trasmessa al fine di rendere la ricezione su un canale rumoroso più affidabile.

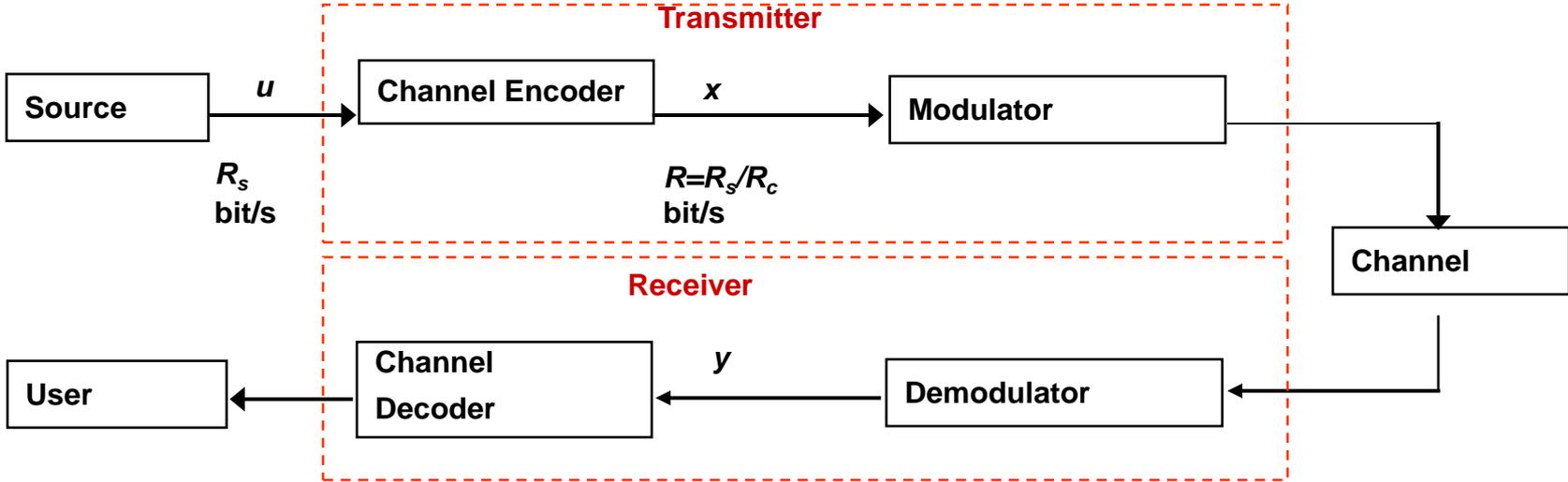
Esempio di codice di canale: codice a ripetizione (3,1)
Ad ogni parola dati di $k=1$ bit, il codificatore di canale associa $n=3$ bit che sono la ripetizione del bit dati.

Codificatore a ripetizione (3,1)

	Parola dati	Parola di codice	
k bit →	0	000	n bit →
	1	111	

Al ricevitore, se la parola che ricevo contiene un numero maggiore di 1, decido che è stato trasmesso 1 altrimenti 0

Cenni sulla codifica di canale



$R_c = \frac{k}{n} \leq 1$ È detta frequenza di codifica del codice di canale ed è una misura della ridondanza introdotta dal codice

All'uscita del codificatore di canale, la sequenza di bit viene convertita in una forma d'onda continua dal modulatore. Supponendo che il modulatore utilizzi una modulazione binaria antipodale, la durata del simbolo che va sul canale è $T = R_c/R_s$ e quindi, è R_c volte più corta della durata dei bit della sorgente.

Cenni sulla codifica di canale

- ✓ E_b = energia per bit d'informazione = PT_s
- ✓ Energia per simbolo sul canale: $E = E_b R_c = P T < E_b$
dove P è la potenza trasmessa
- ✓ Supponendo che sia N_0 la densità spettrale del rumore che caratterizza il canale (modellizzato come gaussiano a bianco),
- ✓ Se non utilizzo la codifica, il rapporto segnale-rumore (SNR) dei simboli che trasmesso sul canale è E_b / N_0 mentre se utilizzo la codifica di canale, sarebbe
- ✓ $E_b R_c / N_0$ che è minore



La probabilità d'errore prima del decodificatore di canale è maggiore di quella che avrei se non usassi la codifica

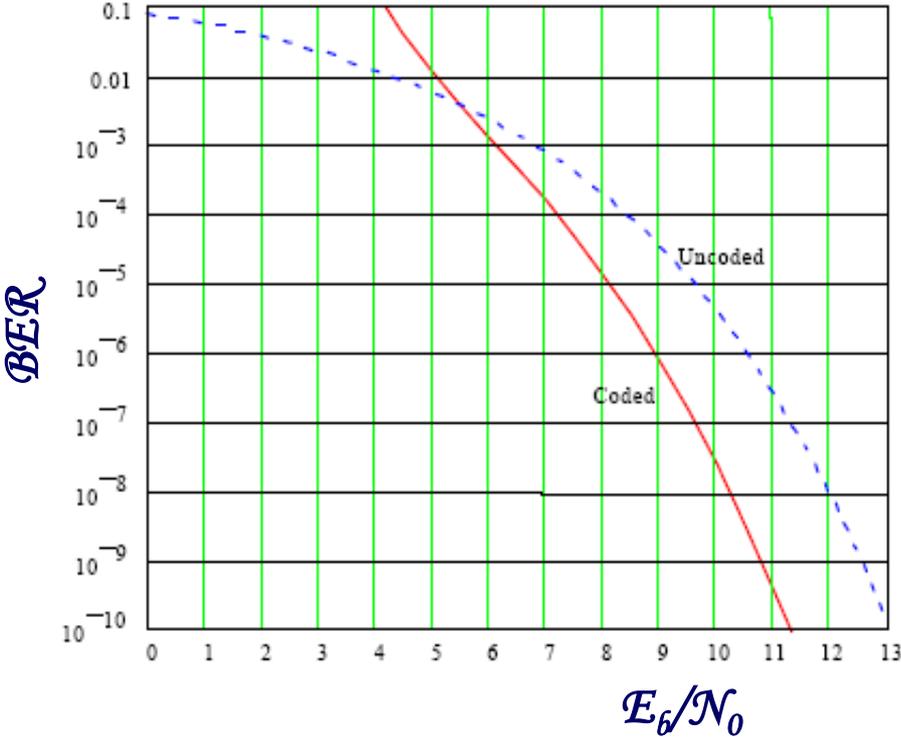
Inoltre, l'efficienza spettrale è ridotta sempre di R_c perché non tutti i bit trasmessi sul canale sono bit utili

Cenni sulla codifica di canale

Ma allora, la codifica di canale è un danno?

No, non è dannosa:

In un sistema di trasmissione ben progettato, l'aumento degli errori prima del decodificatore è largamente compensato dalla capacità di correzione degli errori del decodificatore stesso



Cenni sulla codifica di canale

Un sistema codificato riduce l'efficienza spettrale per ottenere una probabilità d'errore minore, a parità di potenza trasmessa

oppure

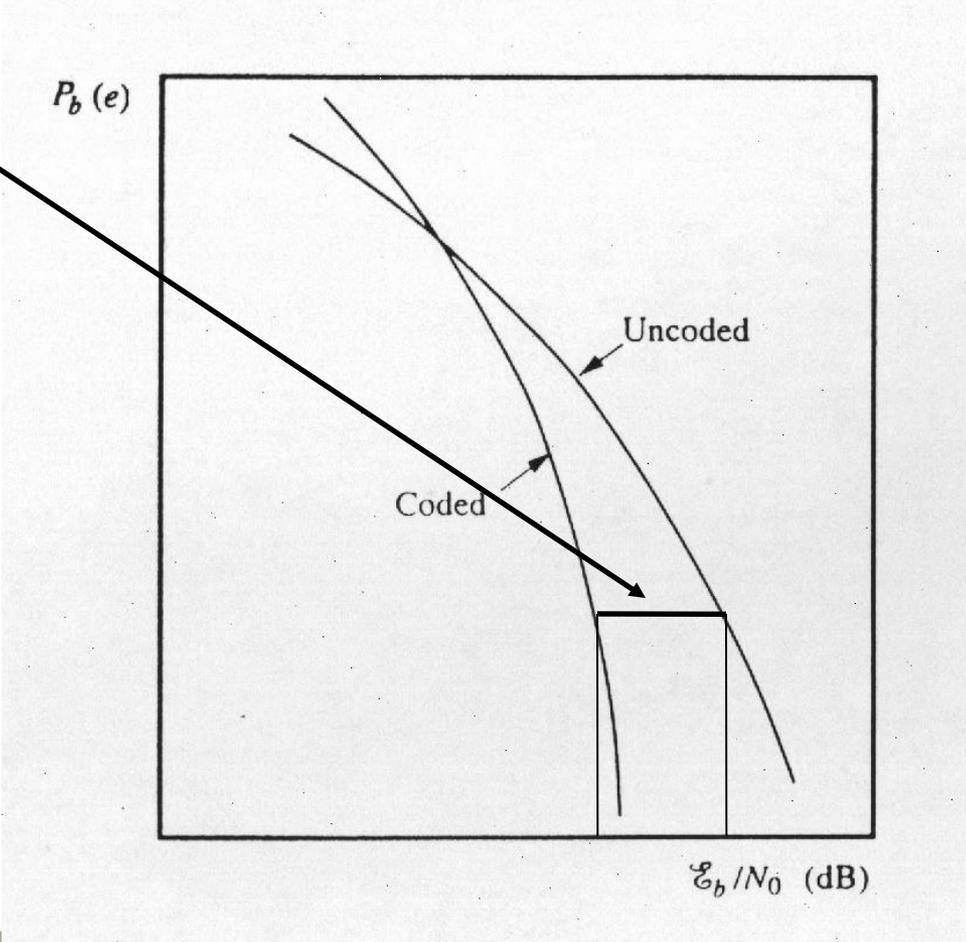
Permette di ridurre la potenza trasmessa per ottenere una data probabilità d'errore

Questa riduzione di potenza per ottenere la stessa BER di un sistema senza codifica, si chiama **Guadagno di Codifica**

Cenni sulla codifica di canale

Guadagno di codifica

Differenza (in dB) tra il ε_b/N_0 che è richiesto per ottenere una certa BER nel sistema codificato rispetto a quello richiesto nel caso di sistema senza codifica e modulazione binaria antipodale.



Cenni sulla codifica di canale

Dicitura completa del teorema di Shannon

Secondo teorema di Shannon (1948)

Data una sorgente binaria di informazione, con entropia $H_{\infty}(L)$ bit/simbolo, ed un canale discreto e senza memoria, con capacità C , **esiste un codice** con frequenza R_c $= k / n$ tale che:

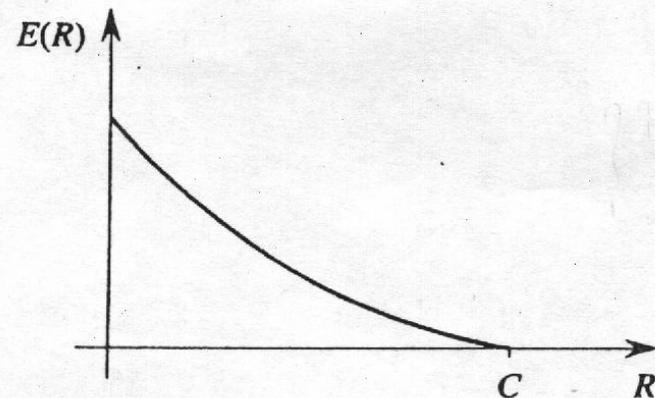
$$P_w(e) < 2^{-n E(R)} \quad , \quad R = R_c H_{\infty}(L)$$

dove $E(R)$ è una funzione reale, convessa U, decrescente, non negativa di R per $0 \leq R \leq C$, detta **funzione esponente d'errore**

Cenni sulla codifica di canale

- ✓ Sorgente con entropia $H_\infty(L)$ bit/simbolo
- ✓ Canale con capacità C
- ✓ Codice con frequenza $R_c = k / n < C$

$$P_w(e) < 2^{-nE(R)} \quad , \quad R = R_c H_\infty(L)$$



Andamento tipico della funzione $E(R)$

- ✓ La **funzione esponente d'errore** $E(R)$ si misura in **bit per simbolo codificato** ed è tipica del canale assegnato, ovvero dipende solo dalle probabilità di transizione del canale

Cenni sulla codifica di canale

Sulla base della espressione: $P_w(e) < 2^{-nE(R)}$ si possono intraprendere **tre diverse azioni** per migliorare le prestazioni di un sistema di comunicazione (collegamento) numerico:

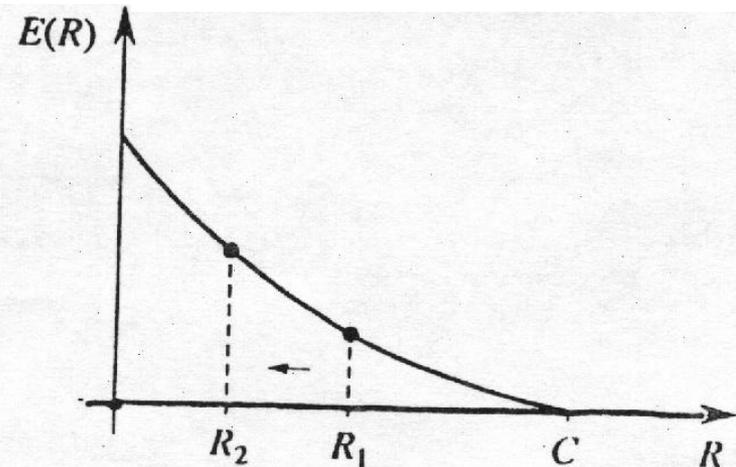
- **Diminuire R riducendo $R_c = k/n$**
- **Aumentare la capacità di canale C aumentando il rapporto segnale-rumore sul canale**
- **Aumentare n, mantenendo il rapporto $R_c = k / n$ costante**

Aspetti progettuali

1) Diminuire R riducendo $R_c=k/n$

Significa aumentare la ridondanza del codice e, per una data frequenza di emissione della sorgente, usare il canale più spesso

→ Si necessita di un canale con banda più larga



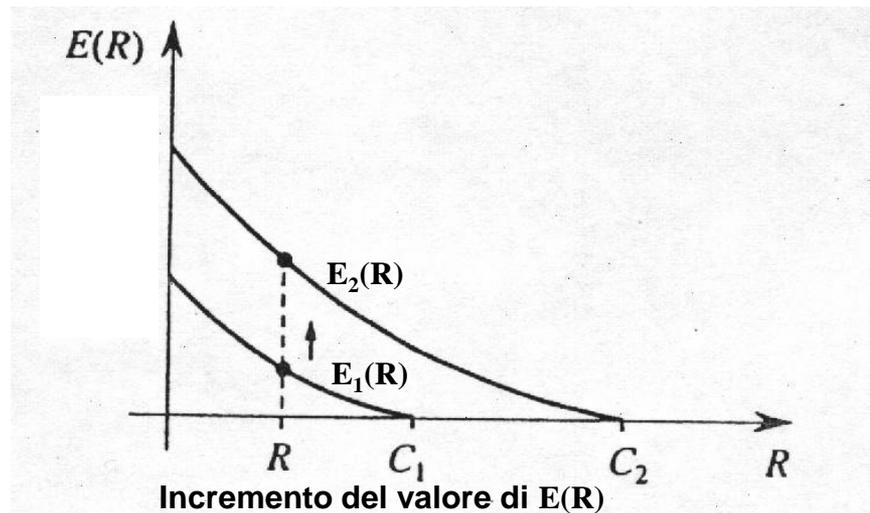
Incremento del valore di $E(R)$ riducendo $R_c=k/n$

✓ Spostandosi da R_1 a R_2 , $E(R)$ aumenta, dunque il bound $2^{-nE(R)}$ diminuisce (vantaggio per $P_\omega(e) < 2^{-nE(R)}$)

Aspetti progettuali

2) Aumentare la capacità di canale C aumentando il rapporto segnale-rumore sul canale

→ Serve una maggiore potenza in trasmissione



aumentando la capacità C del canale

Il punto operativo si muove dalla funzione $E_1(R)$ alla nuova funzione

$E_2(R)$, pertanto diminuendo $2^{-nE(R)}$

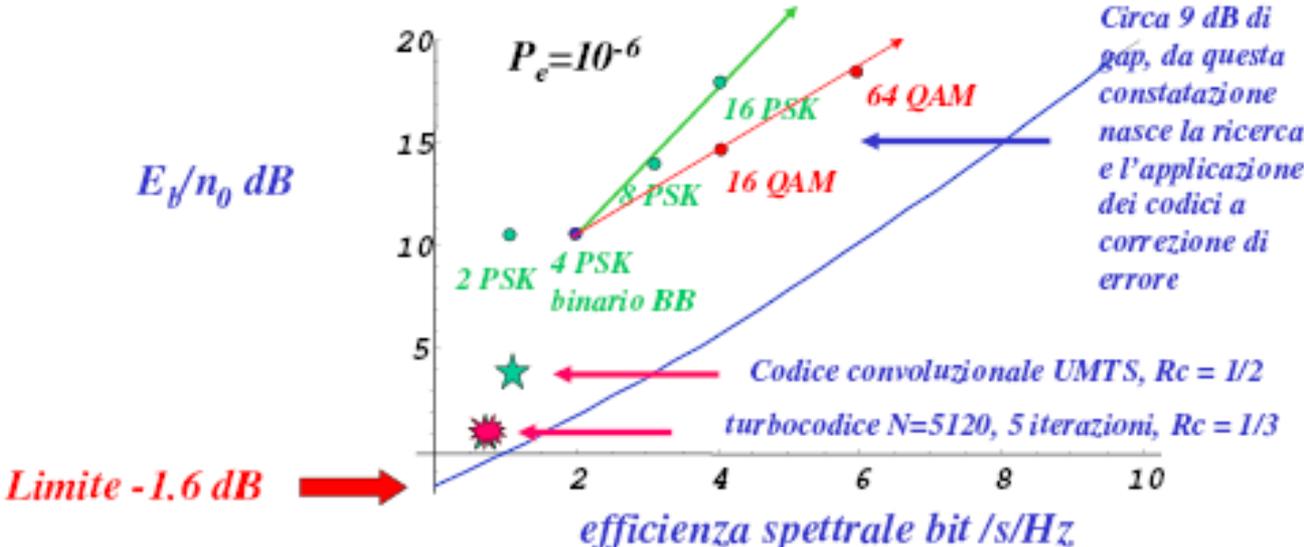
Aspetti progettuali

3) Aumentare n , mantenendo il rapporto $R_c = k / n$ costante

- ✓ L'approccio non richiede alcun aumento delle **banda** e/o del **rapporto segnale/rumore** del canale (rimedi classici)
- ✓ Consente di migliorare le prestazioni del collegamento semplicemente **aumentando la lunghezza delle code word**
- ✓ Ciò costituisce uno dei maggiori risultati della teoria di Shannon
- ✓ Il prezzo da pagare è la **maggiore complessità della coppia co-dec** ed un **ritardo più lungo** nella ricostruzione della sequenza decodificata

Cenni sulla codifica di canale

- Vi è un notevole recupero di efficienza energetica, a parità di banda, confrontando i sistemi tradizionali con i limiti teorici, ciò che ha alimentato, per decenni, lo sviluppo della ricerca sui codici;
- i codici correttori di errore consentono di avvicinarsi al limite teorico, sebbene a prezzo di notevoli complessità e ritardi di calcolo.



Cenni sulla codifica di canale

Un po' di storia....

I codici a blocco furono i primi sviluppati; essi raccolgono k bit (simboli) informativi e li mappano in n bit (simboli) totali, aggiungendo ridondanza. Hamming scoprì i codici omonimi, che correggono un errore, nel 1950.

Il passo importante successivo fu la scoperta dei codici RS (Reed Solomon) e BCH (Bose Chaudhuri Hocquenghem) nel 1959 - 1960; i codici binari BCH correggono un numero arbitrario di errori, ma sono asintoticamente deboli; ciò si risolve concatenando codici BCH corti con codici RS, non binari, lunghi (1966). Le prime tecniche di decodifica sono del 1954, ma quelle più importanti, algebriche, sono state sviluppate dal 1960 al 1968.

Completamente diversi dai codici a blocco, i codici convoluzionali (Elias 1955) hanno memoria, così che il mapping dai k bit agli n bit tiene conto del passato; le prime tecniche di decodifica sono sequenziali (1961), quelle attuali sono dovute alla eccezionale scoperta dell'algoritmo di Viterbi ('67).

Applicando ingegnosamente gli ingredienti esistenti, Berrou e altri (1993) hanno scoperto i turbocodici, che si avvicinano finalmente ai limiti teorici, combinando codificatori tradizionali, interleaver e decodifica iterativa.

Cenni sulla codifica di canale

Un po' di storia....

Oggi c'è un incredibile interesse all'uso dei codici LDPC (Low Density Parity Check Codes), che sono codici a blocco che permettono di ottenere delle prestazioni vicine al limite teorico di Shannon con complessità computazionali fattibili in termini di capacità di calcolo e memoria oggi. Questi codici furono inventati da Gallager (1962), ma a quel tempo la complessità computazionale non li rendeva competitivi. Oggi sono stati fortemente rivalutati.

La prima applicazione che ha ottenuto questo risultato (ossia, utilizzare un'interfaccia radio che permette di avvicinarsi ai limiti teorici, è la diffusione televisiva digitale via satellite di attraverso lo standard DVB-S2. Oggi, usano codici LDPC importanti standards di comunicazione radio come le nuove versioni del Wimax (IEEE802.16e, 2005) e WiFi (IEEE802.11n).

Siamo vicini ai limiti teorici



*Non possiamo aspettarci che tecnologie volte a migliorare l'efficienza in potenza dell'interfaccia radio, possano **significativamente** ridurre la quantità di energia richiesta per trasmettere un bit in modo "omni-direzionale"*

Conclusioni relative al Green ICT

Un significativo risparmio energetico (ordine di grandezza) può essere ottenuto SOLO da cambiamenti nell'ARCHITETTURA dei servizi di comunicazione mobili

Questa evoluzione dell'architettura dei servizi mobili è legata allo sviluppo di queste tecnologie:

1. Architetture di rete avanzate (verso le femtocelle, tecniche cooperative)
2. Cognitive radio
3. Tecniche di mitigazione e tolleranza all'interferenza