Fondamenti di Reti e Segnali (prof. Giuseppe Bianchi, Mauro Giaconi)

Recupero 1/2010 – 13 luglio 2010, ore 17.00

Nome e Cognome:______________________________________ Matricola:__________________

Esercizio S1 – un segnale F trasformabile con la sua derivata prima soddisfa l'equazione

- $t\cdot[y'(t)] = y(t) - 2t\cdot y(t)$ per tutti i t

con la condizione $\int_{-\infty}^{\infty} y(t)\,dt = 1$

determinarne la trasformata di Fourier.

$$\frac{1}{(-j2\pi)}\frac{d}{df}\left[j2\pi f\,Y(f)\right] = Y(f) - \frac{1}{(-j2\pi)}\frac{d}{df}Y(f)$$

$$-Y(f) - f\frac{dY(f)}{df} = Y(f) + \frac{1}{j2\pi}\frac{d}{df}Y(f)$$

$$-\left[\frac{dY(f)}{df}\cdot\left(f+\frac{1}{j2\pi}\right)\right] = 2Y(f)$$

$$\frac{dY(f)}{\cancel{d}Y(f)} = -\frac{2(j2\pi)}{1+j2\pi f}$$

$$\log Y(f) = -2\log\left(1+j2\pi f\right) + \log C$$

$$Y(f) = \frac{C}{(1+j2\pi f)^2} \qquad y(t) = C\,t\,e^{-t}u(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t)\,dt = 1 \longrightarrow Y(f=0) = 1 \qquad \underline{C=1}$$

alternativamente

$$\frac{dy(t)}{dt} = y(t)\left(\frac{1}{t}-2\right) \Rightarrow \frac{dy(t)}{y(t)} = \frac{dt}{t} - 2dt$$

$$\log y(t) = \log t - 2t + C \qquad e^{\log y(t)} = e^{\log t}e^{-2t}e^{C}$$

$$y(t) = t\,e^{-2t}C\cdot u(t)$$

$$\frac{1}{(-j2\pi)}\frac{d}{df}\frac{1}{(1+j2\pi f)} = \frac{1}{(1+j2\pi f)^2}$$

Fondamenti di Reti e Segnali (prof. Giuseppe Bianchi, Mauro Giaconi)

Recupero 1/2010 – 11 luglio 2010, ore 17.00

Nome e Cognome:______________________________________ Matricola:__________________

Esercizio S2 – il segnale x(t) con trasformata di Fourier

cos(4 π f)/(1+ j 4 π f)

è applicato ad un sistema LTI con risposta impulsiva

$h(t) = e^{-3|t|}$ per tutti i t

determinare la risposta y(t).

$$e^{-3|t|} = e^{3t}u(-t) + e^{-3t}u(t)$$

$x(-t) \to X(-f)$: $\frac{1}{3-j2\pi f}$ $X(f)$: $\frac{1}{3+j2\pi f}$

$$\int_0^\infty e^{-\alpha t} e^{-j2\pi f t}\,dt = -\frac{e^{-(\alpha+j2\pi f)t}}{\alpha+j2\pi f}\Bigg|_0^\infty = \frac{1}{\alpha+j2\pi f}$$

$$\mathcal{F}\left[e^{-3|t|}\right] = \frac{6}{9+4\pi^2 f^2}$$

$$Y(f) = \frac{\cos(4\pi f)}{1+j4\pi f}\cdot\frac{6}{9+4\pi^2 f^2} = \frac{\cancel{6}\,3\left[e^{j4\pi f}+e^{-j4\pi f}\right]}{\cancel{2}(1+j4\pi f)(9+4\pi f^2)}$$

solo traslazioni temporali $\Delta t = \pm 2$

$$3\cdot\frac{1}{(1+j4\pi f)(3-j2\pi f)(3+j2\pi f)} = 3\cdot\left[\frac{A}{1+j4\pi f}+\frac{B}{3-j2\pi f}+\frac{C}{3+j2\pi f}\right]$$

risolvendo l'identità

$$y(t) = 3\left[\frac{A}{2}e^{-\frac{t}{2}}u(t) + Be^{3t}u(-t) + Ce^{-3t}u(t)\right]$$

$$\frac{1}{(1+\alpha f)(1+\beta f)(1+\delta f)} = \frac{A}{1+\alpha f}+\frac{B}{1+\beta f}+\frac{C}{1+\delta f}$$

si trova

$$A = \lim_{f=-1/\alpha}\frac{1}{(1+\beta f)(1+\delta f)} = \frac{1}{(1-\beta/\alpha)(1-\delta/\alpha)}$$

A = 4/35

B = 1/42

C = 1/30

. . . . traslazioni temporali

$$e^{-t/2}u(t) \to e^{-\frac{(t-2)}{2}}u(t-2) + e^{-\frac{(t+2)}{2}}u(t+2)$$

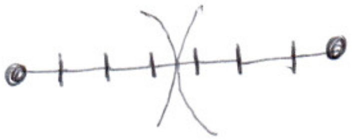
Fondamenti di Reti e Segnali (prof. Giuseppe Bianchi, Mauro Giaconi)

Recupero 1/2010 – 11 luglio 2010, ore 17.00

Nome e Cognome:________________________________ Matricola:________________

Domanda S1 – un codice (n,k) ideale (tutte le parole codificate sono il centro di sfere di uguale raggio, senza overlap, con un minimo sfrido), con n = 15, deve ~~correggere~~ RIVELARE 6 errori, quanto è il massimo valore di k? Se si impiega un codice reale BCH quanto è l'effettivo valore di k?

per rivelare 6 errori la distanza minima tra parole codificate è 7, infatti



le sfere devono avere raggio minimo 3

$$\frac{2^n}{1+n+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}} \rightarrow$$ maggiorando all'intero più vicino 2^h

$$1+n+\frac{n\cdot(n-1)}{2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{3\cdot 2}$$

$k = n - h$

Domanda S2 – un canale in banda traslata ampio 6 MHz ha un rapporto S/N di 14 dB, quale è il max throughput trasmissibile, con BER $\cong 10^{-6}$, impiegando un coseno rialzato con roll off quasi nullo? Spiegare

poiché si parla di BER NON È il canale ideale di Shannon; nei canali reali (senza codifica, poiché qui non se ne parla) si ha, rispetto al caso ideale, ≃9 dB in meno, quindi

$$C \simeq B \log_2\left(1 + 10^{\frac{5}{10}}\right) =$$

più precisamente 2PSK $\frac{E_b}{n_0} = 10.5\,dB \rightarrow \frac{S}{N} = 10{,}5\,dB$

$\rightarrow$ 4PSK $\frac{E_b}{n_0} = 10.5\,dB \rightarrow \frac{S}{N} = 13{,}5\,dB$

16QAM $\frac{E_b}{n_0} \simeq 14.5\,dB \rightarrow \frac{S}{N} = 20.5\,dB$

64QAM E_b … 18 dB … S … 26.7 dB

2 bit/s/Hz $\rightarrow$

$\rightarrow$ 12 Mbit/s

Fondamenti di Reti e Segnali (prof. Giuseppe Bianchi, Mauro Giaconi)

Recupero 1/2010 – 11 luglio 2010, ore 17.00

Nome e Cognome:______________________________ Matricola:________________

Domanda S3 – Ad un filtro adattato pervengono due possibili segnali antipodali con uguale energia 5 10^{-6} J; quale è, in modulo, il valore massimo dell'uscita ai capi del filtro? Spiegare

$$v_{max} = \pm\int |X(f)|^2 df \quad (t=0)$$

$$= \pm E$$

Domanda S4 – in un processo di conversione A/D il rumore di quantizzazione deve diminuire di 18 dB, di conseguenza il numero di bit per campione deve passare da n a

- 3 n
- n+2
- n+4
- n+3
- 6 n

rumore di quantizzazione (relativo ad una sinusoide di ampiezza max V) con andamento per segnale sinusoidale

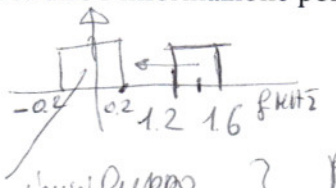
$S/N \simeq 2n\,10\lg 2$

$= 6n\,dB$

$\rightarrow n \rightarrow n+3$

Domanda S5 – un segnale a banda traslata si estende da 1.2 MHz a 1.6 MHz, quindi la minima frequenza di campionamento per ricostruire l'informazione portata da tale segnale é

- 1.6 MHz
- 3.2 MHz
- 0.4 MHz
- 0.8 MHz
- 2.4 MHz



inviluppo complesso } porta l'informazione $f_c \geq 2 \cdot 0.2$ MHz

Domanda S6 – in un sistema di trasmissione binario antipodale l'energia P_b é circa 10^{-3}, se si vuole che P_b diventi circa 10^{-6} l'energia per bit deve diventare

- circa 1 dB maggiore
- circa 2 dB maggiore
- circa 3 dB maggiore
- circa 4 dB maggiore
- circa 5 dB maggiore

$$\left.\begin{aligned} 10^{-3} &\simeq \frac{e^{-\gamma_1}}{2} \\ 10^{-6} &\simeq \frac{e^{-\gamma_2}}{2} \end{aligned}\right\} \quad 10^{3} = \frac{e^{\gamma_2}}{e^{\gamma_1}} \qquad \gamma_2 = \gamma_1 + 3\log 10$$

Fondamenti di Reti e Segnali (prof. Giuseppe Bianchi, Mauro Giaconi)

Recupero 1/2010 – 11 luglio 2010, ore 17.00

Nome e Cognome:________________________ Matricola:____________

Domanda S7 – Un radiocollegamento deve dimezzare la frequenza di emissione, di conseguenza, per avere alla stessa distanza la medesima potenza ricevuta, a parità di potenza trasmessa

- il guadagno di entrambe le antenne (TX e RX) deve aumentare di 3 dB
- il guadagno di entrambe le antenne (TX e RX) deve aumentare di 6 dB
- il guadagno di entrambe le antenne (TX e RX) deve diminuire di 3 dB
- il guadagno di entrambe le antenne (TX e RX) deve diminuire di 6 dB
- il guadagno di entrambe le antenne (TX e RX) deve diminuire di 12 dB

$$P_R = \frac{P_T G_R G_T \cdot c}{(4\pi R)^2 f^2}$$

Domanda S8 – una fibra ottica attenua 0.8 dB dopo 2 km, quanto vale l'energia di un segnale dopo 25 km, se in trasmissione è di 10^{-12} J?

- $(2/25)\ 10^{-12}$ J
- $\sqrt{(1/10)}\ 10^{-12}$ J
- $(1/100)\ 10^{-12}$ J
- $(1/10)\ 10^{-12}$ J
- $\sqrt{(1/10)}\ 10^{-12}$ J

$$\alpha_{dB/km} = \frac{0.8}{2} = 0.4$$

$$dB = 0{,}4 \times 25 = 10\,dB$$

$$P = \frac{P_T}{10}$$