Esercizio n°1

Un multiplatore statistico a pacchetto, con dimensione di coda infinita, è alimentato da 15 sorgenti poissoniane, ciascuna delle quali emette pacchetti con tempi di interarrivo distribuiti esponenzialmente. Il multiplatore è caratterizzato da un numero medio di pacchetti in attesa in coda pari a 2.25 e da una capacità media di servizio pari a 6 pacchetti/sec. A valle del multiplatore, ogni pacchetto è oggetto di una decisione di instradamento. In particolare, con probabilità 60% un generico pacchetto è mandato verso un modulo che lo trasmette, generando una chiamata telefonica, verso una centrale caratterizzata da 68 circuiti che lavora con una probabilità di blocco dello 0.8%. Determinare la durata media della singola chiamata.

Il dato sul numero medio di pacchetti in attesa in coda consente di ricavare il tasso di utilizzazione del sistema. In particolare

$$\overline{N}_{coda} = \overline{N}_{sistema} - \overline{N}_{servente} = \frac{\rho}{1-\rho} - \rho = \frac{\rho^2}{1-\rho} \Rightarrow \rho^2 + 2.25\rho - 2.25 = 0$$

Escludendo per ovvi motivi la soluzione negativa, risulta

$$\rho = 0.75$$

Questo significa che, se la capacità media di servizio del multiplatore è 6 pacchetti/sec, i pacchetti arrivano al multiplatore con un tasso medio pari a

$\lambda = \rho \cdot \mu = 0.75 \cdot 6 = 4.5$ pacchetti/secondo

Poiché la coda del multiplatore ha lunghezza infinita, nel sistema non vi sono perdite ed il tasso medio offerto al multiplatore coincide anche col tasso medio smaltito dal multiplatore.

Notando a questo punto che il 60% del traffico smaltito dal multiplatore si presenta all'ingresso della centrale con un tasso di conversione pacchetto/chiamata di 1 a 1, il tasso medio di arrivo delle chiamate alla centrale è

$\lambda_o = 0.6 \cdot \lambda_s = 0.6 \cdot 4.5 = 2.7$ chiamate/secondo

D'altra parte, la centrale telefonica opera con 68 canali e con una probabilità di blocco dello 0.8%, cui corrisponde (vedi tabella di Erlang) un traffico offerto

$A_o = 53.45$ Erl

Dal valore precedentemente trovato, si può determinare la durata media della chiamata. Infatti,

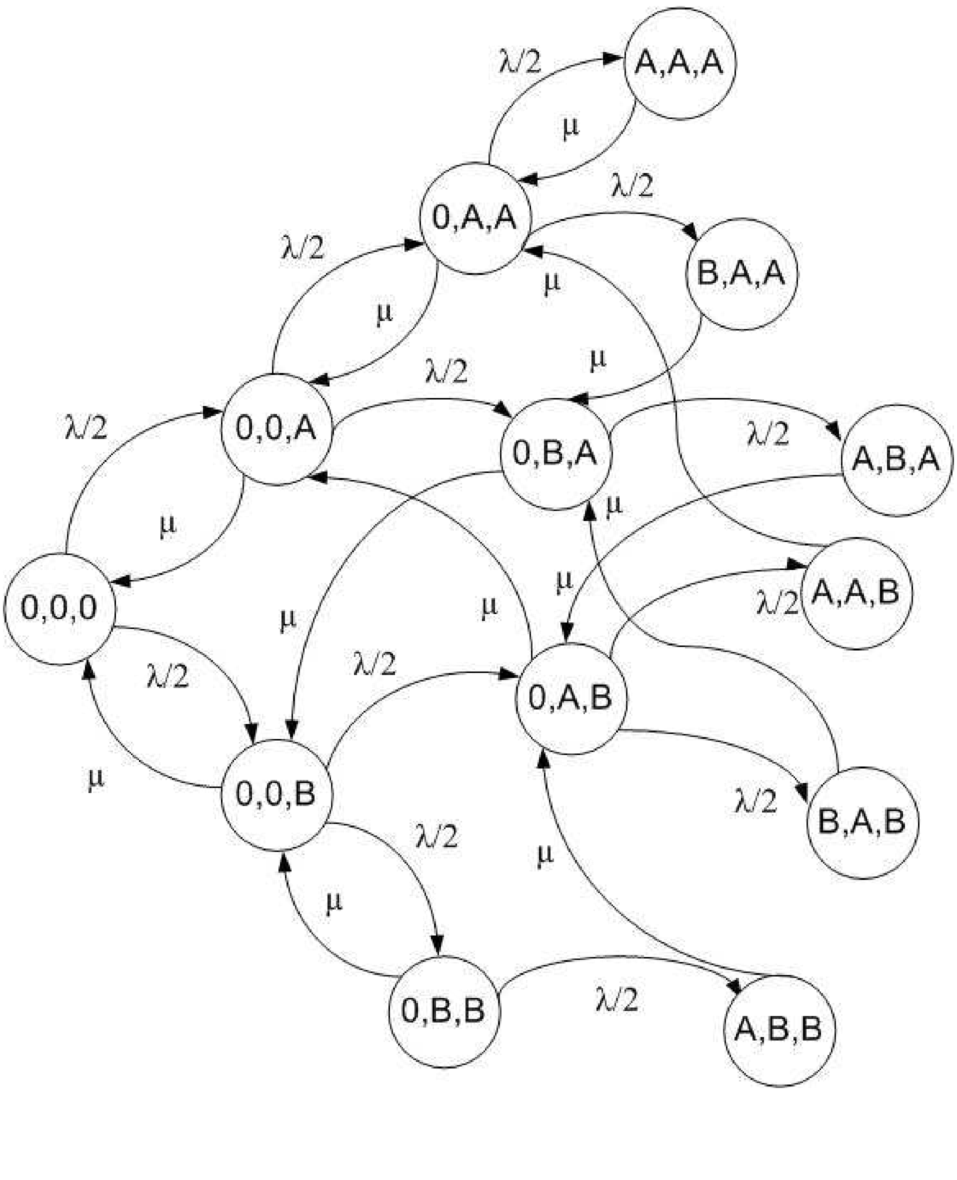
$\tau = \dfrac{A_o}{\lambda} = \dfrac{53.45}{2.7} = 19.79$ sec

Esercizio 2

Si consideri un sistema di servizio con un solo servente e coda di capacità 2. Al sistema arrivano richieste di due diversi tipi, A e B. La coda privilegia richieste di tipo A, nel senso che al più può trovarsi accodata una sola richiesta di tipo B. Il sistema è, inoltre caratterizzato da una frequenza media di arrivo pari a λ ed una frequenza media di servizio pari a μ. Nel caso in cui la probabilità che arrivi al sistema una richiesta di tipo A sia uguale alla probabilità che arrivi al sistema una richiesta di tipo B, si chiede di

1) determinare il diagramma di transizione degli stati;
2) valutare le probabilità di blocco relative alle richieste di tipo A ed alle richieste di tipo B in funzione delle probabilità stazionarie associate ai vari stati.

1) Assumendo come stato lo stato di occupazione dei due posti in coda e del servente e specificando se l'eventuale richiesta servita o accodata sia tipo A o B, il generico stato del sistema assumerà la forma (i, j, k) con $i = 0, A, B$, $j = 0, A, B$ e $k = 0, A, B$, dove 0 denota l'assenza di richiesta, A la presenza di richiesta di tipo A nel servente o in coda, B la presenza di richiesta di tipo A nel servente o in coda. Il diagramma di transizione degli stati risulta allora il seguente:



2) Per quanto riguarda infine le probabilità di blocco di richieste di tipo A e B, risulta

$$P_{block,A} = \pi_{A,A,A} + \pi_{B,A,A} + \pi_{A,B,A} + \pi_{A,B,B} + \pi_{A,A,B} + \pi_{B,A,B}$$

$$P_{block,B} = \pi_{0,B,A} + \pi_{0,B,B}\pi_{A,A,A} + \pi_{B,A,A} + \pi_{A,B,A} + \pi_{A,B,B} + \pi_{A,A,B} + \pi_{B,A,B}$$